Luca Pacioli (Algunos algoritmos de la multiplicación)

Algunos algoritmos de la multiplicación Luca Pacioli nació en Borgo de Sansepolcro (Italia) en 1445 y posiblemente recibió sus primeras lecciones en el taller de su paisano el matemático y pintor Piero della Francesca (1412-1492).A los veinte años dejó su ciudad natal y pasó a Venecia donde fue preceptor de los dos hijos del comerciante Antonio Rompiasi. A la vez que desempeñaba esta función, prosiguió sus estudios de Matemáticas en una escuela publica dependiente de la Universidad de Venecia. En 1470, tras la muerte de Antonio, abandonó Venecia y se trasladó a Roma invitado por el arquitecto León Battista Alberti (1404-1472), uno de los primeros investigadores de la perspectiva geométrica. Años más tarde, en 1472, ingresó en la orden de San Francisco de Asís.En 1475 fue lector de Matemáticas en Perugia y entre 1477 y 1480 dio clases de aritmética en la Universidad de dicha ciudad. En 1481 se trasladó a Zara (actual Croacia) donde escribió un manual de aritmética. Después de una corta estancia en Florencia volvió a Perugia, obtuvo el título de Magíster y explicó Matemáticas desde 1486 hasta 1487.Debido al agotamiento y a su frágil salud dejó la docencia y se instaló en Roma. En 1490 enseñó Teología y Matemáticas en Nápoles. En esta ciudad realizó una colección de poliedros regulares que regaló a Guidobaldo de Montefeltro, duque de Urbino. De 1490 a 1493 permaneció en su pueblo natal preparando la publicación de su obra Summa de arithmetica geometria proportioni et proportionalità. En 1493 dio lecciones de Matemáticas en Padua. En 1494, una vez terminada la redacción de la Summa, se trasladó a Venecia para supervisar los trabajos de impresión. En 1496 viajó a Milán para enseñar Matemáticas en la corte del duque Ludovico Sforza “il Moro” (1452-1508). Allí conoció a Leonardo da Vinci (1452-1519) quien realizó los dibujos de los sesenta poliedros que aparecen en su libro De divina proportione.En 1499 Milán fue ocupada por las tropas francesas y Ludovico el Moro fue hecho prisionero. Por este motivo, Luca Pacioli y Leonardo abandonaron la ciudad pasando primero a Mantua, luego a Venecia y finalmente a Florencia. En 1500 Pacioli se convirtió en profesor de Geometría de la Universidad de Pisa, cuya sede se había trasladado a Florencia desde las revueltas ciudadanas de 1494. Allí continuó su labor docente hasta 1505. No obstante, entre 1501 y 1502 dio clases de Matemáticas en la Universidad de Bolonia donde coincidió con Scipione del Ferro (1465-1526), uno de los grandes algebristas italianos que intervino en la resolución por radicales de la ecuación de tercer grado con una incógnita. En 1505 regresó a Roma y en 1508 viajó a Venecia. En dicha ciudad vio la luz la primera edición impresa de De divina proportione.En 1510, a causa de su delicada salud, volvió a su ciudad natal. Sin embargo, a instancias del Papa León X, en 1514 volvió a Roma y fue profesor de la Sapienza, la Universidad de la “ciudad eterna”.Luca Pacioli murió en Borgo de Sansepolcro en torno al 1517.En la Summa de arithmetica geometria proportioni et proportionalità, obra de carácter enciclopédico que ocupa más de 600 páginas, se describen ocho procedimientos para calcular el producto de dos números naturales. En las líneas que siguen ofrecemos una somera descripción de cada uno de ellos.

1. MULTIPLICACIÓN POR SCACHIERI O POR BERICUOCOLO Este algoritmo coincide con el actual. Pacioli lo ejemplifica con la multiplicación siguiente. 2. MÉTODO DEL CASTELLUCIO El “método del castillo” se apoya en la propiedad distributiva del producto respecto de la suma y en la expresión de uno de los factores como suma de potencias de 10. El caso concreto que se contempla en la Summa, 9876 · 6789, se efectúa del modo siguiente: (9 · 103 + 8 · 102 + 7 · 10 + 6) · 6789. Advirtamos que el producto parcial 70 · 6789 debe ser 475230 en lugar de 476230. 3. MULTIPLICAR POR COLONNA O TAVOLETTA Este procedimiento puede usarse cuando uno de los factores es un número pequeño de más de una cifra. En esta situación, la multiplicación se lleva a cabo procediendo como si el número pequeño tuviese una sola cifra. Luca Pacioli, valiéndose del producto 4685 · 13, describe el método de forma retórica. Nosotros lo hacemos mediante una tabla de dos columnas. En la segunda se detallan las operaciones que deben efectuarse para poder escribir las cifras de los distintos órdenes del producto (primera columna).

```
4   6   8   5
        1   3
            5

13 · 5 = 65 = 60 + 5
4   6   8   5
        1   3
        0   5
13 · 80 = 1040
1040 + 60 = 1100 + 00
4   6   8   5
        1   3
    9   0   5
13 · 600 = 7800
7800 + 1100 = 8000 + 900
4   6   8   5
            1   3
6   0   9   0   5
13 · 4000 = 52000
52000 + 8000 = 60000
```

4. ALGORITMO DE LA MULTIPLICACIÓN POR CROCETTA O CASELLALa multiplicación “per crocetta”, cross multiplication en la terminología anglosajona, fue un procedimiento efectivo para el cálculo de productos de dos factores con dos cifras cada uno. Pacioli lo aplicó también a números con más dígitos.Reproducimos el diagrama original para el caso 37 · 37 y la descripción de las distintas etapas del método.Primero asienta uno debajo del otro como se ve y empieza por la primera figura diciendo 7 por 7 hacen 49. Pon el 9 debajo de la

raya y toma 4 para las decenas. Después, haz la cruz y di una vez 3 por 7, hacen 21. Después, otra vez 3 por 7, hacen 21. Suma estos dos productos, o sea 21 y 21, hacen 42 y 4 que tenias en la memoria hacen 46. Escribe el 6 y guarda 4. Después multiplica las últimas figuras, o sea 3 por 3, hacen 9, y 4 que guardabas hacen 13. Escribe el 13 al lado del 6 y el 9 que habías puesto antes y resultará 1369.5. MÉTODO DEL QUADRILATEROEl “método del cuadrilátero” sólo difiere del actual en la disposición de los productos parciales, en el cálculo de las sumas que conducen al resultado final y en la ubicación del mismo. En la figura anterior se muestra el producto 5432 · 5432.6. MULTIPLICACIÓN POR GELOSIA o GRATICOLAPacioli explica este algoritmo árabe ofreciendo dos ejemplos de la multiplicación 987 · 987 = 974169. En cada uno de ellos construye un cuadrado 3 x 3 en el que cada una de las nueve celdas cuadrangulares se divide diagonalmente en dos partes y se escriben el multiplicando y multiplicador tal como se indica en los diagramas adjuntos.Acto seguido, multiplica cada dígito del multiplicando por cada dígito del multiplicador y escribe cada uno de los productos parciales en la celda que ocupa la columna del dígito del multiplicando y la fila del dígito del multiplicador de modo que las unidades queden en la parte derecha de la celda y las decenas en la parte izquierda.A partir de aquí, para obtener el resultado de la multiplicación, sólo se deben sumar los dígitos que figuran en la misma diagonal.7. MÉTODO DEL REPIEGOEste procedimiento consiste en descomponer el multiplicando o el multiplicador en producto de factores de un solo dígito y, acto seguido, aplicar la propiedad asociativa del producto. Se ejemplifica el método calculando el producto 29 · 24 de las dos formas siguientes:a) 29 · 24 = 29 · (4 · 6) = (29 · 4) · 6 = 116 · 6 = 696
b) 29 · 24 = 29 · (6 · 4) = (29 · 6) · 4 = 174 · 4 = 6968. ALGORITMO POR SCAPEZZOEl octavo método y último método se apoya en la propiedad distributiva del producto respecto de la suma. En la Summa se calculan los productos 42 · 24 y 10 · 12 tal como se detalla a continuación:42 · 24 = 42(4 + 6 + 5 + 9) = 168 + 252 + 210 + 378 = 100810 · 12 = (3 + 2 + 5)(3 + 4 + 5) =
= (3·3 + 3·4 + 3·5) + (2·3 + 2·4 + 2·5) + (5·3 + 5·4 + 5·5) = 36 + 24 + 60 = 120
Referencias bibliográficas MEAVILLA, V. (2001). Aspectos históricos de las matemáticas elementales. Zaragoza: Prensas Universitarias de Zaragoza. PACIOLI, L. (1494). Summa de arithmetica geometria proportioni et proportionalità